

Динамическое программирование II

1. Постройте алгоритм, который, получив на вход число n (k и n), выводит
 - а) все подмножества множества $\{1, \dots, n\}$;
 - б) все перестановки чисел $1, \dots, n$;
 - в) все подмножества множества размера k множества $\{1, \dots, n\}$.
2. Постройте алгоритм, перечисляющий все последовательности из n нулей, единиц и двоек, в которых никакая группа цифр не повторяется два раза подряд (нет куска вида XX).
3. Постройте алгоритм со временем работы $O(nt)$ для следующей задачи. На вход задачи подаются положительные целые числа n, a_1, \dots, a_n и t . Необходимо проверить, представимо ли число t в виде суммы из некоторых членов последовательности a_1, \dots, a_n ? Каждое a_i разрешено использовать не более одного раза (можно не использовать вообще).

Указания и решения задач **1** и **3** приведены в главах 2 и 3 книги А. Шеня «Программирование: теоремы и задачи». Задача **2** взята из главы 3, но её решение в книге не приведено.

4. Есть прямоугольный кусок ткани $X \times Y$, где X и Y — положительные целые числа. Из этой ткани можно делать n видов изделий; каждое изделие вида i использует прямоугольник $a_i \times b_i$ и приносит доход c_i (все a_i, b_i, c_i — тоже положительные целые числа). Станок для резки ткани умеет резать прямоугольные куски только вдоль их стороны (любой). Какой максимальный доход можно извлечь из куска $X \times Y$? Ваш алгоритм должен построить оптимальную последовательность разрезов.

5. Докажите, что следующий алгоритм является 2-приближённым алгоритмом для задачи о вершинном покрытии (сформулирована в ДЗ-11). Пока в графе G есть рёбра, возьмём произвольное ребро (u, v) , добавим его концы в покрытие, после чего удалим все рёбра, смежные с u и v .

В этой задаче вам предложено доказать теорему 3 раздел 2.1 книги Кузюрина и Фомина «Эффективные алгоритмы».