Сортировки I

1. Продемонстрируйте работу алгоритма QuickSort на массиве:

$$[10, 5, 9, 4, 2, 7, 1, 8, 3, 6]$$

(в качестве опорного элемента всегда выбирается последний).

Определение. Сортировку называют *устойчивой*, если равные по величине элементы в результате сортировки оказались расположены в порядке вхождения в исходный массив. Формально, если $a[i] = a[j], i < j$ и в результате сортировки массива a i-ый элемент оказался на месте i', а j-ый на j', то $i' < j'$.

2. Является ли устойчивой сортировка: **а)** QuickSort; **б)** MergeSort?

3. Дано n точек плоскости, заданных своими координатами (x_i, y_i). Предложите как можно более быструю процедуру нахождения круга минимального радиуса с центром в начале координат, содержащего не менее половины точек. (Считаем, что арифметические операции и сравнения выполняются за $O(1)$.)

4. Рассмотрим детерминированный алгоритм поиска порядковой статистики за линейное время из параграфа 9.3 Кормена. Какая асимптотика будет у алгоритма, если делить элементы массива на группы по три, а не по пять?

5. Предложите асимптотически эффективный алгоритм (с точки зрения количества сравнений), который получает на вход массив a_i из n различных чисел, число $k < n/2$ и выдает сумму

$$\sum_{i=1}^{k} (a_{(i)} + a_{(n+1-i)}),$$

где $a_{(i)}$ — i-ая порядковая статистика.

6. Постройте итеративную версию алгоритма MergeSort.

7. На каком входе длины n алгоритм QuickSort работает за $\Theta(n^2)$?

8. Докажите, что любую сортировку сравнениями можно сделать устойчивой сохранив асимптотическое время работы.