

## Графы III. Кратчайшие пути-2

1. Постройте алгоритм, определяющий, содержит ли данный неориентированный граф простой цикл длины 4. Время работы должно быть  $O(|V|^3)$ .
2. Как используя возведение матрицы смежности в степень найти компоненты сильной связности ориентированного графа?
3. Постройте алгоритм, который по данному ориентированному графу с положительными весами находит длину его самого короткого цикла (если в графе циклов нет, то алгоритм должен сообщить об этом). Время работы алгоритма должно быть  $O(|V|^3)$ .
4. Граф  $G$  — ориентированный граф, полученный из корневого дерева с неотрицательными весами на рёбрах ориентацией рёбер от корня к листьям.
  1. Предложите алгоритм поиска кратчайших путей от вершины  $s$  до остальных вершин и оцените его сложность.
  2. Граф  $G'$  получается из  $G$  добавлением рёбер с неотрицательным весом от каждого листа в корень. Опишите эффективный алгоритм поиска кратчайшего расстояния между двумя данными вершинами в  $G'$  и оцените его сложность.
5. Предложите  $O(|V| + |E|)$  алгоритм, который находит центр дерева (вершину, максимальное расстояние от которой до всех остальных минимально). Докажите его корректность и оцените асимптотику.
6. Дан орграф, вам нужно найти длины кратчайших путей от вершины  $v$  до всех остальных вершин. В графе могут быть рёбра отрицательного веса, но только те, которые выходят из  $v$ . Предложите эффективный алгоритм, докажите его корректность и оцените асимптотику.