

1. Найдите  $\Theta$ -асимптотику  $\sum_{i=1}^n \sqrt{i^3 + 2i + 5}$ .
2. Пусть для положительной функции  $f(n)$  известно, что  $f(n) = (3 + o(1))^n + \Theta(n^{100})$ . Верно ли в общем случае, что  $\log f(n) = \Theta(n)$ ?

3. Дана программа

```

for (bound = 1; bound * bound < n; bound += 1 ) {
    for (i = 0; i < bound; i += 1) {
        for (j = 0; j < i; j += 2)
            печать ("алгоритм")
        for (j = 1; j < n; j *= 2)
            печать ("алгоритм")
    }
}

```

Пусть  $g(n)$  обозначает число слов "алгоритм", которые напечатает программа. Найдите  $\Theta$ -асимптотику  $g(n)$ .

4. Решите уравнения в целых числах, используя расширенный алгоритм Евклида:  
**а)**  $238x + 385y = 133$ ; **б)**  $143x + 121y = 52$ .

5 [ДПВ 1.8]. Доказать корректность рекурсивного алгоритма деления Divide (раздел 1.2) и получить верхнюю оценку на время работы.

6\*. Предложите полиномиальный алгоритм нахождения периода десятичной дроби  $\frac{n}{m}$ . Докажите его корректность и оцените асимптотику.

7\*. Доказать, что функция `inv(i, p): return i > 1 ? -(p/i)*inv(p%i, p) % p : 1` возвращает обратный остаток, доказать, что работает за логарифм и развернуть рекурсию.