

Линейное программирование

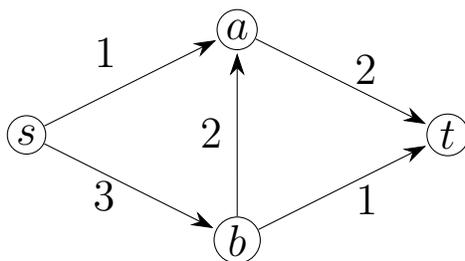
Первая задача не на линейное программирование, а на динамику на деревьях

1. Постройте алгоритм, который находит сумму всех расстояний в дереве (сумму длин кратчайших путей между всеми парами вершин в неориентированном связном графе без весов на рёбрах).

2 [7.27 ДПВ]. Покажите, что задача о размене монет (приведена ниже) может быть сформулирована как целочисленная линейная программа. Можем ли мы решать соответствующую задачу линейного программирования, будучи уверенными, что решение окажется целочисленным (как в случае задачи о максимальном потоке)? Докажите это или приведите контрпример.

Надо заплатить v рублей, имея купюры в a_1, a_2, \dots, a_n рублей (купюр каждого типа сколько угодно).

3. Запишите линейную программу для задачи о максимальном потоке в транспортной сети и двойственную к ней.



4 [7.28 ДПВ]. Пусть мы хотим найти кратчайший путь из вершины s в вершину t в ориентированном графе с длинами рёбер $l_e > 0$.

1. Покажите, что это эквивалентно поиску (s, t) -потока f , который минимизирует сумму $\sum_{e \in E} l_e f_e$ с учётом ограничения $|f| = 1$. Ограничений на пропускную способность нет.

2. Запишите задачу о кратчайшем пути в виде линейной программы.

3. Запишите двойственную задачу.

4. Мы уже обсуждали двойственную программу для задачи о кратчайшем пути на лекции (в книге на с. 205). В чём разница между теперешней двойственной программой и тогдашней?