

Задание 6

Сортировки

Литература:

1. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р., Штайн К.
Алгоритмы. Построение и анализ.
2-е изд. М.: Вильямс, 2005.

Домашнее задание

Базовые задачи

Напоминаю, что в этом разделе находятся задачи, которые крайне желательно научиться решать.

Задача 1. Есть n монет, среди которых одна фальшивая. Настоящие монеты все имеют одинаковый вес, а фальшивая легче. За одно взвешивание можно сравнить по весу любые две монеты. Докажите, что фальшивую монету можно найти за $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ взвешиваний.

Задача 2. Докажите, что в условиях предыдущей задачи для нахождения фальшивой монеты необходимо $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ взвешиваний.

Указание. Для доказательства нижней оценки разбейте монеты на классы, после чего предъявите стратегию противника, которая будет выдавать результаты взвешивания в зависимости от того какие монеты участвуют во взвешивании. Укажите как изменяется разбиение монет на классы в результате каждого ответа. Можете также решить задачу используя модель разрешающих деревьев.

Для этого вам поможет следующая задача.

Задача 42 (iii) из КДЗ-2017.

Подробнее про разрешающие деревья и метод противника можно прочесть по ссылке <http://www.mi.ras.ru/podolskii/files/20162017/chapter13.pdf>.

Задача 35 (i) из КДЗ-2017.

Дополнительные задачи

Напоминаю, что в этом разделе находятся задачи, которые стоит решать, если Вы претендуете на оценку «хорошо» и выше.

Задача 35 (ii) из КДЗ-2017.

Задача 43 из КДЗ-2017.

Задача 3[†]. В клетках шахматной доски написали в каком-то порядке числа от 1 до 64, каждое по одному разу. Про любое множество клеток доски мы можем спросить, какие числа на них стоят, и нам выдают полный список. За какое наименьшее количество вопросов можно понять, где какие числа стоят?

Обсуждённый нами алгоритм быстрой сортировки не применим на практике. Дело в том, что для реализации рекурсивных вызовов компиляторы используют стек вызовов процессора, глубина которого ограничена – при рекурсивном вызове значение переменных окружения кладётся в стек, после чего происходит рекурсивный вызов процедуры. По возврату из рекурсии, компилятор извлекает данные из стека и продолжает выполнение процедуры.

Задача 4. Оцените глубину стека, в худшем случае при работе быстрой сортировки.

Задача 5. Измените алгоритм быстрой сортировки так, чтобы глубина стека в худшем случае была $\Theta(\log n)$.