Решения и критерии проверки ноябрьской контрольной по ТРЯП

ФУПМ 2016

Разбалловка

неуд	удовл	хорошо	отлично
$0 \leqslant \Sigma \leqslant 10$	$11 \leqslant \Sigma \leqslant 15$	$16 \leqslant \Sigma \leqslant 22$	$23 \leqslant \Sigma \leqslant 33$
1: 1-7, **2:** 8-10	**3:** 11-13, **4:** 14-15	**5:** 16-18, **6:** 19-20, **7:** 21-22	**8:** 23-25, **9:** 26-28, **10:** 29-33

Задача 1 (6). Задача на алгоритмы по регулярным языкам. Критерии. стоимость алгоритма (в случае ошибки в решении)

Алгоритм	Σ
РВ $\to$ ДКА	2
Минимизация	1
Дополнение	1
Детерминизация	1
Окончание на b	1

Задача 2 (6).

Задача 2 $\langle$i$\rangle$**.** Является ли регулярным язык $L = \{xy : |x| = |y|,$ у содержит букву a $\} \subseteq \{a, b\}^*$?

Задача 2 $\langle$ii$\rangle$**.** Является ли регулярным язык $L = \{xy : |x| > |y|,$ у содержит букву b $\} \subseteq \{a, b\}^*$?

Задача 2 $\langle$iii$\rangle$**.** Является ли регулярным язык $L = \{xy : |x| = |y|,$ у содержит букву a $\} \subseteq \{a, b\}^*$?

Задача 2 $\langle$iv$\rangle$. Является ли регулярным язык $L = \{xy : |x| < |y|,$ x содержит букву b $\} \subseteq \{a,b\}^*$?

Критерии. В случае ошибок. Решение по лемме о накачке: 3, если для каждого n указано правильное слово, а далее ошибка. Майхилл-Нероуд: $+3$, если указаны правильные классы эквивалентности, $+1$ если доказана полнота, доказано, что они попарно не эквивалентны $+2$.

Критерии по часто встречающимся ошибкам. Если при использовании отрицания леммы о разрастании не анализируются все возможные разбиения, то существенное снижение оценки вплоть до **0 баллов**. Например, если просто указано одно разбиение и нет анализа, что могут быть и другие разбиения, то **0 баллов**. При наличии утверждения «тогда существует разбиение» и последующем фактическим полном анализом всех возможных разбиений - **4 балла**.

Внимательно следите за выбором слова-сертификата. Иногда оно слишком короткое, для того, чтобы свести все к одному разбиению, и требует более подробного анализа.

Решение. Всюду язык нерегулярный

Задача 2 $\langle$i$\rangle$. $\langle$iii$\rangle$. Воспользуемся отрицанием леммы о накачке:

$$\forall n\ \exists w \in L,\ |w| > n\ \forall p, v, s : w = pvs, |v| \neq 0, \exists i \geqslant 0\ pv^i a \notin L$$

Для любой константы леммы n выберем слово $w = b^{n+1}ab^n$. Тогда, для любого разбиения $w = pvs$, слово v имеет вид $b^k, 0 < k < n$, поскольку $|pv| < n$. Взяв $i = 0$ получаем, что $b^{n+1-k}ab^n \in L$, однако тогда слово y состоит из одних букв b, поскольку $k \geqslant 1$.

Слова для остальных вариантов: ii: $a^{n+2}ba^n$, iv: a^nba^{n+2}.

Решение $\langle$i, iii$\rangle$ через теорему Майхилла-Нероуда. Приведём последовательность представителей попарно неэквивалентных классов: b^n. Докажем, что эти классы попарно неэквивалентны – различающим словом для классов с представителями $b^i, b^j, i < j$ является слово bab^{j+1}. Действительно, $b^{j+1}ab^{j+1} \in L$, однако $b^{i+1}ab^{j+1} \notin L$, поскольку $i < j$, то $i + 2 \leqslant j + 1$, а значит a лежит в первой половине слова $b^{i+1}ab^{j+1}$, если его длина чётна, или это слово вовсе имеет нечётную длину.

Последовательность представителей попарно неэквивалентных классов для вариантов ii, iv: a^n. Различающие слова для $a^i, a^j, i < j$ в варианте ii: a^2ba^j, в варианте iv: ba^{i+2}.

Задача 3 (4).

Приведём одно из обобщений КС-грамматики. Помимо стандартных правил, допускается правила вида $A \to \alpha \wedge \beta,\ \ \alpha, \beta \in (N \cup T)^*$. Это правило добавляет к выводимым из A словам слова, выводимые как из α, так и из β, то есть $\alpha \wedge \beta \overset{*}{\Rightarrow} u \iff (\alpha \overset{*}{\Rightarrow} u \wedge \beta \overset{*}{\Rightarrow} u)$. Пример: грамматика $S \to X \wedge Y \quad X \to DC \quad Y \to AB \quad D \to aDb \mid \varepsilon \quad C \to cC \mid \varepsilon$ $A \to aA \mid \varepsilon \quad B \to bBc \mid \varepsilon$ порождает язык $\{a^n b^n c^n \mid n \geqslant 0\}$.

Является ли язык, порождаемый следующей обобщённой грамматикой регулярным?

Задача 3 ⟨i⟩. $S \to XB \wedge AB \quad X \to aXb \mid \varepsilon \quad B \to bB \mid \varepsilon \quad A \to abA \mid \varepsilon$

Задача 3 ⟨ii⟩. $S \to BX \wedge BA \quad X \to bXa \mid \varepsilon \quad B \to bB \mid \varepsilon \quad A \to Aba \mid \varepsilon$

Задача 3 ⟨iii⟩. $S \to XB \wedge AB \quad X \to 0X1 \mid \varepsilon \quad B \to 1B \mid \varepsilon \quad A \to 01A \mid \varepsilon$

Задача 3 ⟨iv⟩. $S \to BX \wedge BA \quad X \to 1X0 \mid \varepsilon \quad B \to 1B \mid \varepsilon \quad A \to A10 \mid \varepsilon$

Критерии. Если вывод неверен и составляющие языки, если и декларируются, то без обоснований: 0 баллов.

Если вывод неверен, но есть разумные рассуждения и/или обоснования с лакунами, то задача оценивается исходя из **2 баллов** (-2 балла за неверный вывод). Указаны языки, выводимые из нетерминалов +**1 балл**; доказано, что они действительно выводятся из нетерминалов +**1 балл**.

Ответ верный, но рассуждения не обоснованы: **1 балл**; в случае наличия разумных (на взгляд проверяющего) попыток доказательства +**1 балл**.

Решение. Нетерминал X порождает язык $\{a^n b^n \mid n \geqslant 0\}$, нетерминал B – b^*, нетерминал A – $(ab)^*$ (Доказательства по индукции в обе стороны **1 очко**; для языков, выводимых из нетерминалов A и B, достаточно доказательство для одного). Таким образом, в результате применения конъюнктивного правила из S выводится язык $\{a^n b^n b^* \mid n \geqslant 0\} \cap (ab)^* b^*$.

Докажем, что $L = \{a^n b^n b^* \mid n \geqslant 0\} \cap (ab)^* b^* = b^* \cup ab^+$. Действительно, представим данное пересечение в виде

$$L = \bigcup_{n \geqslant 0} a^n b^n b^* \cap (ab)^* b^*.$$

При $n = 0$, получаем пересечение b^* и $(ab)^* b^*$, которое очевидно совпадает с b^* ($b^* \subseteq (ab)^* b^*$). При $n = 1$ получаем пересечение abb^* и $(ab)^* b^*$, которое равно $abb^* = ab^+$. Для $n \geqslant 2$ получаем $\cup_{n\geqslant 2} a^n b^n b^* \cap (ab)^* b^* = \emptyset$, поскольку в каждое слово, порождённое РВ $a^n b^n b^*$ входит подслово aa, однако оно не встречается ни в одном слове, порождённом РВ $(ab)^* b^*$.

Ключевые моменты по вариантам:

v	$L(X)$	$L(B)$	$L(A)$	$S \to \alpha \wedge \beta$	$L(S)$
i	$\{a^n b^n \mid n \geqslant 0\}$	b^*	$(ab)^*$	$XB \wedge AB$	$(b^* \mid ab^+)$
ii	$\{b^n a^n \mid n \geqslant 0\}$	b^*	$(ba)^*$	$BX \wedge BA$	$(b^+ a \mid b^*)$
iii	$\{0^n 1^n \mid n \geqslant 0\}$	1^*	$(01)^*$	$XB \wedge AB$	$(1^* \mid 01^+)$
iv	$\{1^n 0^n \mid n \geqslant 0\}$	1^*	$(10)^*$	$BX \wedge BA$	$(1^+ 0 \mid 1^*)$

Задача 4 (6).

Задача 4 $\langle$i$\rangle$. Язык L состоит из двоичных записей положительных чисел x входящих в пару (x, y) некоторого решения уравнения $17x+3y = 2$ в целых числах, такого что $(x = 1 \pmod 3)$. Опишите классы эквивалентности Майхилла-Нероуда языка L. Является ли язык L регулярным? Двоичная запись числа начинаетс с 1 – нет ведущих нулей.

Указание: для диофантова уравнения $x - 2y = 6$, x-компонента состоит из всех целых четных чисел, и язык $L = \{\mathrm{bin}(x) \mid \exists y : x - 2y = 6\}$ состоит из двоичных записей всех неотрицательных четных чисел без старших нулей.

Задача 4 $\langle$ii$\rangle$. $3x+25y = 2$ $(y = 2 \pmod 3)$; Язык L состоит из двоичных записей положительных чисел y...

Задача 4 $\langle$iii$\rangle$. $-28x + 3y = 2$ $(x = 1 \pmod 3)$; Язык L состоит из двоичных записей положительных чисел x...

Задача 4 $\langle$iv$\rangle$. $-3x + 19y = 2$ $(y = 2 \pmod 3)$; Язык L состоит из двоичных записей положительных чисел y...

Критерии. При описании классов эквивалентности должно быть доказано, что описанные множества действительно являются классами правоинвариантной эквивалентности. **1 очко** за правильное описание классов (остатки по соответствующему модулю, класс ε и слова вида $0^+(0 \mid 1)^*$);

4 очка за доказательство того, что предъявленные множества действительно классы эквивалентности Майхилла-Нероуда: **1 очко** – замкнутость каждого класса относительно правоинвариантной эквивалентности, **2 очка** – все классы различны, **1 очко** – каждое слово попадает в один из классов; **1 очко** за правильный ответ на вопрос о регулярности (ставится, только если классы были описаны и описание было близко к правильному – возможна ошибка в модуле).

Критерии по часто встречающимся ошибкам.

- Если язык L не описан: не указано, что L состоит из записей всех чисел дающих соответсвующий остаток по модулю 3, или данное утверждение необоснованно – задача оценивается из **3 баллов**. Если попытки обоснования были, но успехом не увенчались – **снять 1-2 балла**. Примечание: если без комментариев в уравнение подставляется $x = 1 \pmod 3$, то получается только необходимое условие. Если бы коэффициент при y был, например, 6, то это условие не было бы достаточным.

- Если выделены только три модульных класса и нет хотя бы каких-то комментариев, то **0 баллов**.

- Если выделены только три модульных класса и есть доказательство, что это действительно классы Майхилла и показано, что они различные, то **3 балла**.

- Если выделено все 5 классов, есть все доказательства, кроме доказательства полноты то **-1 балл**.

Решение.

Задача 4 $\langle$i$\rangle$. Поскольку 17 и 3 – взаимно-простые числа, то уравнение $17x + 3y = 2$ разрешимо. Решение имеет вид $x = x_0 + 3t$, $y = y_0 - 17t$, где (x_0, y_0) – частное решение. Взяв исходное уравнение по модулю 3 получаем $2x = 2 \pmod 3$, или что то же самое $x = 1 \pmod 3$.

Таким образом, для каждого решения уравнения $(x, y), x > 0$ справедливо $x = 1 \pmod 3$ в качестве решений, и при этом любое число x, такое что $x = 1 \pmod 3$, входит в некоторую пару решений (x, y), поскольку общее решение имеет вид $x = x_0 + 3t$ (взяв различное t получаем все числа указанного вида). Итак, мы доказали, что

$$L = \{ \, \mathrm{bin(x)} \mid x > 0, \ x = 1 \pmod 3 \, \}, \tag{1}$$

где $\mathrm{bin}(x)$ – двоичная запись числа x без ведущих нулей.

Заметим, что частное решение не обязательно искать, хотя они и простое: $(1, -5)$, но факт 1 должен быть обоснован.

Докажем, что язык L задаёт следующие классы эквивалентности Майхилла-Нероуда:

- $C_\varepsilon = \{\varepsilon\}$,
- $C_0 = 0^+(0 \mid 1)^*$,
- $C_1 = \{\mathrm{bin}(z) \mid z > 0, \ z = 1 \pmod 3\}$.
- $C_2 = \{\mathrm{bin}(z) \mid z > 0, \ z = 2 \pmod 3\}$,
- $C_3 = \{\mathrm{bin}(z) \mid z > 0, \ z = 0 \pmod 3\}$.

Сначала докажем, что каждое слово попадает ровно в один класс. Класс C_ε состоит из пустого слова. Покажем, что каждое непустое слово принадлежит ровно одному из классов C_0, C_1, C_2, C_3. Класс C_0 состоит из слов, начинающихся с 0. Классы C_1, C_2, C_3 не пересекаются, поскольку каждое целое число имеет ровно один остаток по модулю 3. Но поскольку каждое слова, начинающиеся с единицы, является двоичной записью некоторого числа, то оно принадлежит хотя бы одному из классов C_1, C_2, C_3.

Докажем теперь, что каждый класс C замкнут по отношению L-эквивалентности: $\forall x, y \in C \ \forall z \in \Sigma^* : xz \in L \iff yz \in L$. Классы C_ε и C_0 очевидно замкнуты: первый состоит из одного слова, а второй содержит слова не из L, приписывание к которым любого суффикса оставляет их словами не из L. Классы C_1, C_2, C_3 замкнуты, поскольку для любых слов $\mathrm{bin}(x), \mathrm{bin}(y) \in C_i$ и для любого слова $0^k\mathrm{bin}(z) \in \Sigma^*$ выполняется $x = y \pmod 3$, $x \times 2^n + z = y \times 2^n + z \pmod 3$, где $n = k + |\mathrm{bin}(z)|$.

Покажем, что все классы попарно различны. Классы C_1, C_2, C_3 попарно различны, поскольку приписывая слова $0^k\mathrm{bin}(z)$ к записям чисел x и y можно изменить их остатки произвольным образом, и при этом, если $x \neq y \pmod 3$, то и $x \times 2^n + z \neq y \times 2^n + z \pmod 3$. Приведём различающие цепочки для C_ε со всеми остальными классами: для C_0 – 1, для C_1 – 00, для C_2 – 0, для C_3 – 01. Класс C_0 попарно различен со всеми остальными, потому что приписывание к словам этого класса любого слова оставляет его словом не из языка, что неверно для остальных классов.

В силу того, что классов L-эквивалентности конечное число, по теореме Майхилла-Нероуда получаем, что L – регулярный язык.

Мини-задачи и вопросы

Общие критерии. В случае положительного ответа приведите доказательство, а в случае отрицательного – контрпример. Верное рассуждение без контрпримера оценивается в половину задачи.

Задача 5 (1). Вычисление не требует обоснования.

5 $\langle$i$\rangle$. Вычислить $\{\varepsilon, a^2, a^4, \ldots\} \cdot \{a, a^3, a^5 \ldots\} =$

5 $\langle$ii$\rangle$. Вычислить $\{a^2, a^4, a^6, \ldots\} \cdot \{a, a^3, a^5 \ldots\} =$

5 $\langle$iii$\rangle$. Вычислить $\{a, a^3, a^5 \ldots\} \cdot \{a, a^3, a^5 \ldots\} =$

5 $\langle$iv$\rangle$. Вычислить $\{a^2, a^4, a^6, \ldots\} \cdot \{a^2, a^4, a^6, \ldots\} =$

Решение.

5 $\langle$i$\rangle$. $\{\varepsilon, a^2, a^4, \ldots\} \cdot \{a, a^3, a^5 \ldots\} = \{a^{2k+1} \mid k \geqslant 0\}$

5 $\langle$ii$\rangle$. $\{a^2, a^4, a^6, \ldots\} \cdot \{a, a^3, a^5 \ldots\} = \{a^{2k+1} \mid k \geqslant 1\}$

5 $\langle$iii$\rangle$. $\{a, a^3, a^5 \ldots\} \cdot \{a, a^3, a^5 \ldots\} = \{a^{2k} \mid k \geqslant 1\}$

5 $\langle$iv$\rangle$. $\{a^2, a^4, a^6, \ldots\} \cdot \{a^2, a^4, a^6, \ldots\} = \{a^{2k} \mid k \geqslant 2\}$

Задача 6(4). Запишите регулярное выражение или постройте конечный автомат для языка R.

Задача 6 $\langle$i$\rangle$. Язык R состоит из всех слов, в которых после каждой буквы a далее встречается (не обязательно следующим символом) буква b и нет двух b подряд.

Задача 6 ⟨ii⟩. Язык R состоит из всех слов, в которых перед каждой буквой a стоит буква b и нет двух b подряд.

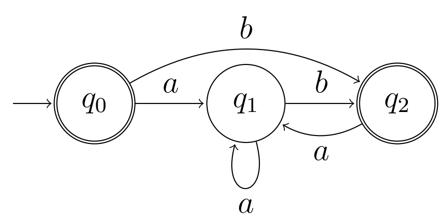
Задача 6 ⟨iii⟩. Язык R состоит из всех слов, в которых после каждой буквы a далее встречается (не обязательно следующим символом) буква b и нет двух a подряд.

Задача 6 ⟨iv⟩. Язык R состоит из всех слов, в которых после каждой буквы a стоит буква b и нет двух b подряд.

Критерии. **1 очко** – правильный объект. Разумные попытки обоснования (но аргументы содержат лакуны и/или неверный ответ) — **+1 балл**. Верное доказательство включения в одну из сторон **+1 балл** (вместе с разумными попытками обоснования **+2 балла**). Использование индукции (не только в качестве лозунга) при обосновании **+1 балл** (за каждое рассуждение) и вплоть до полного балла. Ошибка в понимании условия, не понижающая сложность задачи **-1 балл** – пример: в варианте iii язык R содержит подмножество b^*, а в решении считается, что каждое слово должно содержать букву a.

Решение.

Задача 6 ⟨i⟩. Искомый автомат $\mathcal{A}$ задан диаграммой:



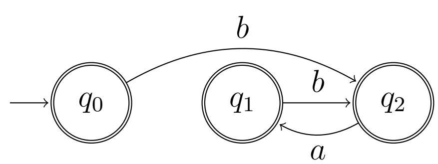
Заметим, что после прочтения буквы a из любого состояния, автомат переходит в состояние q_1, а после прочтения буквы b из состояний q_0 и q_1 – в состояние q_2.

Докажем теперь, что автомат $\mathcal{A}$ действительно распознаёт язык R. Сначала докажем включение $R \subseteq L(\mathcal{A})$. Пусть $w \in R$. Если $w = \varepsilon$, то $w \in L(\mathcal{A})$, поскольку состояние q_0 является принимающим. Если $w \neq \varepsilon$, то w заканчивается на b, поскольку «после каждой буквы a далее встречается буква b», а значит на a слово w заканчиваться не может. Из состояний

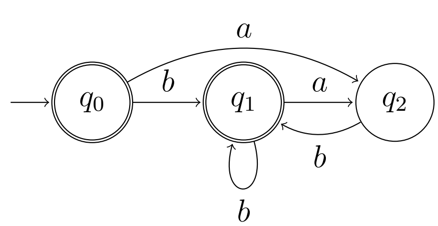
q_0 и q_1 определены переходы по a и по b, а из q_2 только по a – значит любое слово, в котором нет двух b подряд, будет обработано, то есть автомат после обработки w окажется в некотором состоянии. Поскольку w заканчивается на b, а при чтении буквы b из состояний q_0 и q_1 автомат оказывается в состоянии q_2, то автомат $\mathcal{A}$ после прочтения w оказывается в состоянии q_2, а значит принимает слово w.

Докажем теперь обратное включение: $L(\mathcal{A}) \subseteq R$. Автомат останавливается в состоянии q_0 только на пустом слове, поэтому $\varepsilon \in L(\mathcal{A}), \varepsilon \in R$; на любом непустом слове w автомат никогда не переходит в состояние q_0. Поскольку в состояние q_2 автомат $\mathcal{A}$ попадает только после обработки символа b, то любое непустое слово, принятое автоматом, заканчивается на b – значит после каждой буквы a действительно встречается b. Поскольку в состояние q_2 автомат попадает после каждого прочтения буквы b, и при этом из состояния q_2 есть переходы только по a, автомат никогда не останавливается на слове, содержащем две b подряд. Значит, любое слово w, принимаемое автоматом, принадлежит языку R, поскольку удовлетворяет словам из его описания.

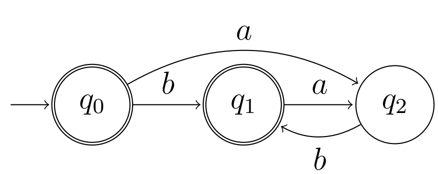
Задача 6 ⟨ii⟩.



Задача 6 ⟨iii⟩.



Задача 6 ⟨iv⟩.



Задача 7(2). Верно ли, что для любых бесконечных регулярных языков $X, Y \neq \Sigma^*$ язык L является нерегулярным?

7 $\langle$i$\rangle$. $L = \{xy \mid x \in X, y \in Y, |x| = |y|\}$

7 $\langle$ii$\rangle$. $L = \{xy \mid x \in X, y \in Y, |x| > |y|\}$

7 $\langle$iii$\rangle$. $L = \{xy \mid x \in X, y \in Y, |x| \neq |y|\}$

7 $\langle$iv$\rangle$. $L = \{xy \mid x \in X, y \in Y, |x| < |y|\}$

Решение. Во всех вариантах ответ «нет». Для каждого варианта можно привести множество контрпримеров, ниже приведены некоторые.

7 $\langle$i$\rangle$. $L = \{xy \mid x \in X, y \in Y, |x| = |y|\}$. Взяв за язык X язык из всех слов чётной длины, а за язык Y язык из всех слов нечётной длины, получаем, что язык L является пустым.

7 $\langle$ii$\rangle$. $L = \{xy \mid x \in X, y \in Y, |x| > |y|\}$. Возьмём $X = Y = (aa \mid b)^*$ получаем, что $L = X = Y$. Действительно, для любых слов $x, y \in X$ выполняется $xy \in X$. Поэтому, $L \subseteq X$. Взяв $y = \varepsilon$ получаем $X \subseteq L$. Решение для вариантов iii и iv аналогично.

Задача 8(2). Язык R называется ограниченным, если существует такой набор слов $w_1, w_2, \ldots, w_n$, что $R \subseteq w_1^* w_2^* \ldots w_n^*$

8 $\langle$i$\rangle$. Верно ли, что любой конечный язык является ограниченным?

8 $\langle$ii$\rangle$. Верно ли, что если регулярные языки A и B ограниченные, то и язык $A \cdot B$ является ограниченным?

8 $\langle$iii$\rangle$. Верно ли, что если регулярные языки A и B ограниченные, то и язык $A \cup B$ является ограниченным?

8 $\langle$iv$\rangle$. Верно ли, что если регулярные языки A и B ограниченные, то и язык $A \cap B$ является ограниченным?

Решение. Во всех вариантах ответы да.

8 $\langle$i$\rangle$. Пусть $R = \{w_1, w_2, \ldots, w_n\}$. Тогда $R \subseteq w_1^* w_2^* \ldots w_n^*$.

Пусть $A \subseteq u_1^* u_2^* \ldots u_n^*$, $B \subseteq v_1^* v_2^* \ldots v_m^*$.

8 $\langle$ii$\rangle$. $A \cdot B \subseteq u_1^* u_2^* \ldots u_n^* v_1^* v_2^* \ldots v_m^*$. Действительно, если $x \in A, y \in B$, то $x \in u_1^* u_2^* \ldots u_n^*, y \in v_1^* v_2^* \ldots v_m^*$. Тогда $xy \in u_1^* u_2^* \ldots u_n^* v_1^* v_2^* \ldots v_m^*$.

8 $\langle$iii$\rangle$. $A \cup B \subseteq u_1^* u_2^* \dots u_n^* v_1^* v_2^* \dots v_m^*$. Действительно, если $x \in A, y \in B$, то $x \in u_1^* u_2^* \dots u_n^*, y \in v_1^* v_2^* \dots v_m^*$, но тогда верно, что $x, y \in u_1^* u_2^* \dots u_n^* v_1^* v_2^* \dots v_m^*$, поскольку $\varepsilon \in u_i^*$, $\varepsilon \in v_i^*$.

8 $\langle$iv$\rangle$. Поскольку $A \subseteq u_1^* u_2^* \dots u_n^*$, то и $A \cap B \subseteq u_1^* u_2^* \dots u_n^*$ для любого языка B.

Задача 9 (2).

9 $\langle$i$\rangle$. Пусть R_1 и R_2 бесконечные регулярные языки, $R_1 \neq R_2$ и при этом $R_1 \subseteq L \subseteq R_2$. Верно ли, что L – регулярный язык?

9 $\langle$ii$\rangle$. Пусть A и B – нерегулярные языки и при этом $A \subseteq L \subseteq B$. Верно ли, что L – нерегулярный язык?

9 $\langle$iii$\rangle$. Пусть R_1 и R_2 бесконечные регулярные языки, $R_1 \neq R_2$ и при этом $R_1 \subseteq L \subseteq R_2$. Верно ли, что L – регулярный язык?

9 $\langle$iv$\rangle$. Пусть A и B – нерегулярные языки и при этом $A \subseteq L \subseteq B$. Верно ли, что L – нерегулярный язык?

Решение. Во всех вариантах ответ: «нет».

9 $\langle$i$\rangle$. $\langle$iii$\rangle$. Контрпример: $R_1 = b^*$, $R_2 = (a \mid b)^*$, $L = b^* \cup \{a^n b^n \mid n \geqslant 0\}$.

9 $\langle$ii$\rangle$. $\langle$iv$\rangle$. Контрпример:

$$A = \{a^n b^n \mid n \geqslant 0\},\ L = (a \mid b)^*,\ B = (a \mid b)^* \cup \{a^n b^n c^n \mid n \geqslant 0\}.$$