

Недели 3-4. Контекстно-свободные языки

Если в задаче не указан алфавит и он не ясен из контекста, то языки в задаче определены над алфавитом $\Sigma = \{a, b\}$.

1. Построить КС-грамматики и МП-автоматы для языков

а) $\{w \mid |w|_a \geq |w|_b\}$; б) $\Sigma^* \setminus \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$.

2. Порождает ли грамматика регулярный язык?

а) $S \rightarrow ASB \mid \varepsilon; A \rightarrow aA \mid a; B \rightarrow bB \mid b$ б) $S \rightarrow ASB \mid \varepsilon; A \rightarrow a; B \rightarrow bB \mid b$

3. Определим языки $L_1 = \Sigma^* aab \Sigma^*$, $\Sigma = \{a, b\}$, и $L = \{w \mid w \in \Sigma^* \setminus L_1, |w|_a \geq |w|_b\}$. Верны ли, что

а) $L \in \text{CFL}$; б) $\Sigma^* \setminus L \in \text{CFL}$; в) $L \in \text{REG}$; г) $\Sigma^* \setminus L \in \text{REG}$?

4. Является ли язык $\{a^n b^m b^n a^m \mid m, n \geq 0\}$ КС-языком?

5. Пусть A и B регулярные языки. Докажите, что язык $\{xy \mid x \in A, y \in B, |x| = |y|\}$ является КС-языком.

6. Пусть G – грамматика в нормальной форме Хомского. Докажите, что любое слово длины $n \geq 1$ выводимо ровно за $2n - 1$ шаг.