Теория к домашнему заданию приведена в методичке, размещённой на странице http://rubtsov.su/fl_course18/. Там же приведены используемые здесь обозначения.

Во всех задачах данного листка, кроме **№3**, языки определены над алфавитом $\Sigma = \{a, b\}$.

1. Пусть $\mathcal{A}$ — полный ДКА, распознающий язык L. Докажите, что

а) каждый левый язык L_q является подмножеством некоторого класса L-эквивалентности: $x \in L_q \Rightarrow L_q \subseteq [x]$.

б) для каждого класса эквивалентности $[x]$ существует такое подмножество состояний $Q_x \subseteq Q_{\mathcal{A}}$, что

$$[x] = \bigcup_{q \in Q_x} L_q.$$

в) если $x \in L_q$, то $L_p \subseteq [x]$ тогда и только тогда, когда $R_q = R_p$.

2. К языку L_1 добавили конечный язык R и получили язык L ($L = L_1 \cup R$). Язык L оказался регулярным. Верно ли, что язык L_1 мог быть нерегулярным?

3 [к.д.з. №6 (1,2)]. Является ли регулярным язык L всех слов в алфавите $\{0, 1\}$, которые представляют числа в двоичной записи, дающие остаток два при делении на три (слово читается со старших разрядов)? Например, $001010\,(1010_2 = 10_{10} = 3 \times 3 + 1) \notin L$, а $10001\,(10001_2 = 17_{10} = 5 \times 3 + 2) \in L$.

Пусть $w = w_1 w_2 \ldots w_n, w_i \in \Sigma$, тогда $w^R = w_n w_{n-1} \ldots w_1$. Обозначим $L^R = \{w^R \mid w \in L\}$ – *обращение* языка L.

4. Опишите классы эквивалентности Майхилла-Нероуда для языка L. В случае конечности множества классов, постройте минимальный полный ДКА, распознающий L.
$L =$ **а)** $\mathsf{PAL} = \{w \mid w = w^R\}$; **б)** $\Sigma^* ab \Sigma^*$.

5. Являются ли регулярными следующие языки:

а) $\{xy : |x| > |y|,\ x$ содержит букву $a\ \}$; **б)** $\{xy : |x| < |y|,\ x$ содержит букву $b\ \}$?

6*. Обозначим через $R(\mathcal{A})$ автомат для языка $L^R(\mathcal{A})$ (обращения $L(\mathcal{A})$), построенный по алгоритму с семинара. Через $D(\mathcal{A})$ обозначим ДКА, полученный детерминизацией из НКА $\mathcal{A}$. Пусть $\mathcal{A}$ — полный ДКА. Докажите. что тогда $D(R(D(R(\mathcal{A}))))$ — минимальный ДКА. То есть двукратное последовательное выполнение процедур обращения и детерминизации для полного ДКА приводит его к минимальному.