

Теория к домашним заданию по теме «регулярные языки и конечные автоматы» приведена в книжке <http://rubtsov.su/public/books/zz-a5-online.pdf>. Там же приведены используемые здесь обозначения. Ответьте на контрольные вопросы из разделов 2.5-2.6 и проверьте себя, сверившись с ответами! Сдавать решение контрольных вопросов не нужно. В случае, если задача в ДЗ помечена символом о, её решение приведено в книжке. Попробуйте сначала решить эту задачу сами, потом сверьтесь с решением; сдавать решение этой задачи на проверку не нужно.

Во всех задачах данного листка языки определены над алфавитом $\Sigma = \{a, b\}$.

Все ответы должны быть обоснованы, если не указано противное! (Ответы без обоснований не считаются решениями.)

1. (**№1 из к.д.з.**) Определим язык $L \subseteq \{a, b\}^*$ индуктивными правилами:

1. $\varepsilon, b, bb \in L$;
2. вместе с любым словом $x \in L$ в L также входят слова $ax, bax, bbax$;
3. никаких других слов в L нет.

Язык $T \subseteq \{a, b\}^*$ состоит из всех слов, в которых нет трёх букв b подряд.

1. Докажите или опровергните, что $L = T$.¹
2. Запишите язык T в виде регулярного выражения.
3. Постройте конечный автомат, принимающий T . Докажите (по индукции), что построенный автомат принимает язык T .

В случае, когда речь идёт об автомате \mathcal{A} , для сокращения записи мы будем подразумевать, что данный автомат задан набором

$$\mathcal{A} = (Q_{\mathcal{A}}, \Sigma, q_0^{\mathcal{A}}, \delta_{\mathcal{A}}, F_{\mathcal{A}}).$$

2. Постройте ДКА \mathcal{A} , \mathcal{B} и \mathcal{C} , такие что

- а) ДКА \mathcal{A} распознаёт язык из всех слов с чётным числом букв a ;
- б) ДКА \mathcal{B} распознаёт язык из всех слов с нечётным числом букв b ;
- в) ДКА \mathcal{C} распознаёт язык из всех слов с чётным числом букв a и нечётным числом букв b .

3. Постройте автомат \mathcal{C} из задачи **2(в)** используя автоматы, построенные в первых двух пунктах и конструкцию произведения (при решении этой задачи можно не приводить решение **2(в)**).

4. 1°. Заменим в конструкции произведения множество принимающих состояний на мно-

¹Если равенство неверно, то нужно явно указать слово, принадлежащее одному языку и не принадлежащее другому. Если равенство верно, то нужно провести доказательство по индукции в обе стороны: $L \subseteq T$ и $T \subseteq L$.

жество

$$F_C = F_A \times Q_B \cup Q_A \times F_B.$$

Верно ли, что тогда автомат C распознаёт язык $L(A) \cup L(B)$?

2. В случае ответа на первый вопрос «Да» приведите обоснование, в случае ответа на первый вопрос «Нет», приведите исправленную модификацию и докажите её корректность.

5. Постройте ДКА A , распознающий язык из всех слов чётной длины. Пусть B — ДКА из задачи **2(б)**. Постройте ДКА C , распознающий язык $L(A) \Delta L(B)$, модифицировав конструкцию произведения.

6. Постройте полиномиальный алгоритм, который, получив на вход ДКА A и B , проверяет, совпадают ли языки $L(A)$ и $L(B)$.