

## Неделя 2. Комбинаторика - 1

1. Есть 3 гвоздики, 4 розы и 5 тюльпанов.
  - а) Сколькими способами можно составить букет из цветов одного вида?
  - б) Сколькими способами из них можно составить букет, в котором нечётное количество цветов каждого вида?
  - в) Сколькими способами можно составить букет, используя любые из имеющихся цветов?  
(Цветы одного сорта считаем одинаковыми, количество цветов в букете не ограничено, но не равно 0.)
2. Сколько существует 9-значных чисел, цифры которых расположены в порядке убывания (то есть каждая следующая меньше предыдущей)?
3. Найдите вероятность того, что в случайном 4-буквенном слове в русском алфавите, есть хотя бы одна гласная? (Всего 33 буквы, 10 из них гласные.)
4. На плоскости отмечено 10 точек так, что никакие три из них не лежат на одной прямой. Сколько существует треугольников с вершинами в этих точках?
5. Лестница состоит из 13 ступенек, не считая верхней и нижней площадок. Спускаясь, можно перепрыгивать через некоторые ступеньки (можно даже через все). Сколькими способами можно спуститься по этой лестнице?
6. Сколько существует способов решения уравнения  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 11$  в неотрицательных целых числах?
7. Сколькими способами можно разделить 15 одинаковых монет между 7 нумизматами так, чтобы каждому досталось хотя бы по монете?
8. Сколькими способами можно расставить 12 белых и 12 черных шашек на черных полях шахматной доски?
9. 10 человек случайно выстроились в очередь. Найдите вероятность того, что **а)** Иванов, Петров и Сидоров стоят подряд (в произвольном порядке); **б)** Иванов стоит раньше Петрова; **в)** Иванов и Петров не стоят друг за другом?
10. Сколькими способами можно образовать 6 пар из 12 человек?
11. Сколько различных слов (не обязательно осмысленных) можно получить, переставляя буквы в словах
  - а) "КОМПЬЮТЕР"; б) "ЛИНИЯ"; в) "ПАРАБОЛА"; г) "ОБОРОНОСПОСОБНОСТЬ"
12. Сколькими способами можно выписать в ряд цифры от 0 до 9 так, чтобы четные цифры шли в порядке возрастания, а нечетные — в порядке убывания?
- 13\*. **а)** Сколько диагоналей в выпуклом  $n$ -угольнике?  
Пусть при этом никакие 3 диагонали не пересекаются в одной точке.
  - б) Во скольких точках внутри  $n$ -угольника пересекаются диагонали?
  - в) На сколько частей они делят  $n$ -угольник?

## Домашнее задание 2

В домашнем задании ответом должно являться число (при его вычислении можно пользоваться калькулятором и более сильными вычислительными средствами). Численному ответу должно предшествовать обоснованное решение задачи. Переборные решения, требующие больших вычислений (больше, чем таблица  $5 \times 5$ ), и вычисления с помощью компьютерных программ не засчитываются.

1. Есть 6 кандидатов на 6 вакансий. Сколькими способами можно заполнить вакансии? (Каждая вакансия должна быть заполнена.)
2. а) Каких чисел больше среди первого миллиона: тех, в записи которых есть единица или тех, в записи которых ее нет?  
б) Тот же вопрос для первых 10 миллионов чисел.
3. Найдите вероятность того, что в десятичной записи случайного шестизначного числа, в записи будет хотя бы две одинаковые цифры?
4. Из 36-карточной колоды карт на стол равномерно и случайно выкладывается последовательность из 4 карт. Какова вероятность того, что две из них красные, а две черные?
5. Сколько существует 6-значных чисел, в которых чётных и нечётных цифр поровну?
6. Сколько существует 7-значных чисел, в которых ровно две четные цифры и перед каждой четной цифрой обязательно стоит нечетная?
7. Сколькими способами можно поселить 7 студентов в три комнаты: одноместную, двухместную и четырехместную?
8. Сколько способов разместить 20 различных книг на 5 полках, если каждая полка может вместить все 20 книг? Размещения, отличающиеся порядком книг на полках, считаются различными.
9. Студсовет из 8 человек выбирает из своего состава председателя путем тайного голосования. Каждый может отдать один голос за любого члена студсовета. Результат голосования – число голосов, отданных за каждого кандидата. Сколько существует различных результатов голосования?
10. В каждую клетку таблицы  $10 \times 10$  требуется вписать 1 или  $-1$  так, чтобы произведение всех чисел в каждом столбце и произведение чисел в каждой строке равнялись 1. Сколькими способами можно заполнить таблицу?