Неделя 2. Множество и логика

1. Докажите, что для любых множеств A, B, C выполняются равенства

а) $A \setminus (A \setminus B) = A \cap B$;

б) $B \cup (A \setminus B) = A \cup B$;

в) $(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$;

г) $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$.

Используйте при решении как диаграммы Эйлера-Венна, так и переход к формулам алгебры логики.

2. Докажите включение

$$(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) \triangle (B_1 \cap B_2 \cap \dots \cap B_n) \subseteq (A_1 \triangle B_1) \cup (A_2 \triangle B_2) \cup \dots \cup (A_n \triangle B_n)$$

для любых множеств A_i, B_i.

3. Докажите равенство

$$(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \dots \cap A_n) \setminus (B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_n) = (A_1 \setminus B_1) \cap (A_2 \setminus B_2) \cap \dots \cap (A_n \setminus B_n)$$

для любых множеств A_i, B_i.

4. Выразите характеристическую функцию $\chi_{A \triangle B}(x)$ через $\chi_A(x), \chi_B(x)$ и

а) операции $\wedge, \vee, \neg$;

б) арифметические операции $+, -, \times$.

5. Выразите $|A \triangle B|$ через $\chi_A(x), \chi_B(x)$ и арифметические операции.

6. Докажите, что если какое-то равенство, содержащее переменные для множеств и операции $\cap$, $\cup$, $\setminus$, неверно, то можно найти контрпример к нему, в котором множества пусты или состоят из одного элемента.

Дискретная математика **Основной поток**

Домашнее задание 2

1. Верно ли, что для любых множеств A и B выполняется равенство $(A\setminus B)\cap((A\cup B)\setminus(A\cap B)) = A\setminus B$?

2. Верно ли, что для любых множеств A, B и C выполняется равенство

$$((A \setminus B) \cup (A \setminus C)) \cap (A \setminus (B \cap C)) = A \setminus (B \cup C)?$$

3. Верно ли, что для любых множеств A, B и C выполняется равенство $(A\cap B)\setminus C = (A\setminus C)\cap(B\setminus C)$?

4. Верно ли, что для любых множеств A и B выполняется включение $(A \cup B) \setminus (A \setminus B) \subseteq B$?

5. Про множества A, B, X, Y известно, что $A \cap X = B \cap X$, $A \cup Y = B \cup Y$. Верно ли, что тогда выполняется равенство $A \cup (Y \setminus X) = B \cup (Y \setminus X)$?

6. Пусть $A_1 \supseteq A_2 \supseteq A_3 \supseteq \cdots \supseteq A_n \supseteq \ldots$ — невозрастающая последовательность множеств. Известно, что $A_1 \setminus A_4 = A_6 \setminus A_9$. Докажите, что $A_2 \setminus A_7 = A_3 \setminus A_8$.

7. Пусть A, B, C, D — такие отрезки прямой, что $A \triangle B = C \triangle D$ (симметрические разности равны). Верно ли, что выполняется включение $A \cap B \subseteq C$?