

## Неделя 4. Правило произведения

1. Есть 3 гвоздики, 4 розы и 5 тюльпанов.

а) Сколькими способами можно составить букет из цветов одного вида?

б) Сколькими способами из них можно составить букет, в котором нечётное количество цветов каждого вида?

в) Сколькими способами можно составить букет, используя любые из имеющихся цветов?

(Цветы одного сорта считаем одинаковыми, количество цветов в букете не ограничено, но не равно 0.)

2. Сколько существует 9-значных чисел, цифры которых расположены в порядке убывания (то есть каждая следующая меньше предыдущей)?

3. Найдите вероятность того, что в случайном 4-буквенном слове в русском алфавите, есть хотя бы одна гласная? (Всего 33 буквы, 10 из них гласные.)

**Комментарий:** Под вероятностью мы понимаем отношение количества всех исходов, удовлетворяющих событию, к количеству всевозможных исходов.

4. Найти число булевых функций от  $n$  переменных, имеющих (ровно)  $k$  единичных точек.

5. Лестница состоит из 13 ступенек, не считая верхней и нижней площадок. Спускаясь, можно перепрыгивать через некоторые ступеньки (можно даже через все). Сколькими способами можно спуститься по этой лестнице?

6. Сколько имеется различных булевых функций от  $n$  переменных, принимающих значение 1 только на тех наборах, в которых содержится ровно  $k$  единиц? (но не обязательно на всех таких наборах)

7. 10 человек случайно выстроились в очередь. Найдите вероятность того, что а) Иванов, Петров и Сидоров стоят подряд (в произвольном порядке); б) Иванов стоит раньше Петрова; в) Иванов и Петров не стоят друг за другом?

8. Сколькими способами можно образовать 6 пар из 12 человек?

9. Сколькими способами можно расставить 12 белых и 12 черных шашек на черных полях шахматной доски?

10. При изготовлении пирожные — колечки трех сортов: шоколадные, с корицей и с орехами — упаковываются в стандартные коробки по 18 колечек в каждой. Каждая коробка может содержать колечки всех видов. Порядок колечек в коробке не существен. Сколько можно составить различных наборов колечек при условии, что в коробке шоколадных колечек не более 9, колечек с корицей не более 3, а ореховых не более 9?

11. Сколькими способами можно выписать в ряд цифры от 0 до 9 так, чтобы четные цифры шли в порядке возрастания, а нечетные — в порядке убывания?

## Домашнее задание 4

1. Сколько имеется булевых функций от  $n$  переменных, сохраняющих одновременно «1» и «0»? Т.е. таких функций, что  $f(0, 0 \dots, 0) = 0$  и  $f(1, 1 \dots, 1) = 1$ .
2. Булева функция называется симметрической, если её значение зависит только от количества единиц в наборе на входе, но не их порядка. Подсчитать число симметрических булевых функций от  $n$  переменных.
3. Есть 6 кандидатов на 6 вакансий. Сколькими способами можно заполнить вакансии? (Каждая вакансия должна быть заполнена.)
4. а) Каких чисел больше среди первого миллиона: тех, в записи которых есть единица или тех, в записи которых её нет?  
б) Тот же вопрос для первых 10 миллионов чисел.
5. Найдите вероятность того, что в десятичной записи случайного шестизначного числа, в записи будет хотя бы две одинаковые цифры?
6. Из 36-карточной колоды карт на стол равновероятно и случайно выкладывается последовательность из 4 карт. Какова вероятность того, что две из них красные, а две черные?
7. Сколько существует 7-значных чисел, в которых ровно две четные цифры и перед каждой четной цифрой обязательно стоит нечетная?
8. Сколькими способами можно поселить 7 студентов в три комнаты: одноместную, двухместную и четырехместную?
9. Сколько способов разместить 20 различных книг на 5 полках, если каждая полка может вместить все 20 книг? Размещения, отличающиеся порядком книг на полках, считаются различными.
10. Студсовет из 8 человек выбирает из своего состава председателя путем тайного голосования. Каждый может отдать один голос за любого члена студсовета. Результат голосования – число голосов, отданных за каждого кандидата. Сколько существует различных результатов голосования?