

Задание 1

Логика

Важные логические преобразования:

- $\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$, $\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$ законы де Моргана
- $A \rightarrow B = \neg A \vee B$, $A \vee B = \neg A \rightarrow B$

Законы дистрибутивности:

- $A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
- $A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
- $A \vee (B \rightarrow C) = (A \vee B) \rightarrow (A \vee C)$
- $A \rightarrow (B \wedge C) = (A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C)$
- $A \rightarrow (B \vee C) = (A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow C)$
- $A \rightarrow (B \rightarrow C) = (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)$

Правила поглощения:

- $A \vee (A \wedge B) = A$, $A \wedge (A \vee B) = A$

Важные свойства:

- $A \wedge A = A$, $A \vee A = A$
- $A \wedge \neg A = 0$, $A \vee \neg A = 1$
- $A \wedge 0 = 0$, $A \vee 0 = A$
- $A \wedge 1 = A$, $A \vee 1 = 1$

Лучший способ запомнить эти правила – понять их. Чтобы их понять, нужно доказать их верность.

Задача 1. Доказать верность данных выше формул.

Указание: старайтесь использовать определения и свойства операций, а не полный перебор. Например, используйте факт того, что в таблице истинности у каждой операции либо один ноль, либо одна единица. Если получилось понять как доказывается дистрибутивность для пары случаев и ясно как доказывать её дальше, то можно на этом остановиться.

Задача 2. A, B, C – целые числа, для которых истинно высказывание

$$\neg(A = B) \wedge ((B < A) \rightarrow (2C > A)) \wedge ((A < B) \rightarrow (A > 2C))$$

Чему равно A , если $C = 7, B = 16$?

Задача 3. Для какого слова **ложно** высказывание

«Первая буква слова гласная \rightarrow (Вторая буква слова гласная \vee Последняя буква слова гласная)»?

- 1) Жара 2) Орда 3) Огород 4) Парад

Задача 4. Найти число решений уравнения

$$((\neg N \rightarrow P) \rightarrow (K \wedge L \wedge M)) \wedge (\neg(\neg N \wedge \neg P) \rightarrow (\neg K \vee \neg L \vee \neg M)) = 1.$$

Задача 5. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [2, 10]$ и $Q = [6, 14]$. Выберите такой отрезок A , что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной.

- 1) $[0, 3]$ 2) $[3, 11]$ 3) $[11, 15]$ 4) $[15, 17]$

Задача 6. Пусть $P = [10, 40]; Q = [20, 30]$. Найти максимальное по мощности множество A , удовлетворяющее соотношению

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \wedge ((x \in Q) \rightarrow (x \in A)).$$