

## Линейное программирование

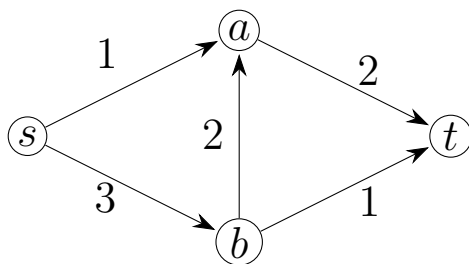
*Первая задача не на линейное программирование, а на динамику на деревьях*

1. Постройте алгоритм, который находит сумму всех расстояний в дереве (сумму длин кратчайших путей между всеми парами вершин в неориентированном связном графе без весов на рёбрах).

2 [ 7.27 ДПВ ]. Покажите, что задача о размене монет (приведена ниже) может быть сформулирована как целочисленная линейная программа. Можем ли мы решать соответствующую задачу линейного программирования, будучи уверенными, что решение окажется целочисленным (как в случае задачи о максимальном потоке)? Докажите это или приведите контрпример.

Надо заплатить  $v$  рублей, имея купюры в  $a_1, a_2, \dots, a_n$  рублей (купюр каждого типа сколько угодно).

3. Запишите линейную программу для задачи о максимальном потоке в транспортной сети и двойственную к ней.



4 [ 7.28 ДПВ ]. Пусть мы хотим найти кратчайший путь из вершины  $s$  в вершину  $t$  в ориентированном графе с длинами рёбер  $l_e > 0$ .

1. Покажите, что это эквивалентно поиску  $(s, t)$ -потока  $f$ , который минимизирует сумму  $\sum_{e \in E} l_e f_e$  с учётом ограничения  $|f| = 1$ . Ограничений на пропускную способность нет.

2. Запишите задачу о кратчайшем пути в виде линейной программы.

3. Запишите двойственную задачу.

4. Мы уже обсуждали двойственную программу для задачи о кратчайшем пути на лекции (в книге на с. 205). В чём разница между теперешней двойственной программой и тогдашней?